M\* T-26

#### PROGRAMA DE PERT - CPM

(Técnicas de Previsión y evaluación de Programas Método de la Ruta Crítica)

#### O. INTRODUCCION

#### 1. SUPUESTOS TEORICOS Y DEFINICIONES DE LOS ELEMENTOS BASICOS. ELA-BORACION DE UNA RED.

- 1.1. A) ACTIVIDAD
  - 1.1.0. Definición. Ejemplos
  - 1.1.1. Datos de la actividad
  - 1.1.2. Cadena de actividades
  - 1.1.3. Ejemplo de "cadena"
  - 1.1.4. Resumen

(ejercicios)

- 1.2. B) SUCESO (NUDO)
  - 1.2.1. Definición
  - 1.2.2. Propiedades de los nudos
- 1.3. C) RETICULO (RED)
  - 1.3.1. Descripción y ejemplo
  - 1.3.2. Diferencias entre "cadena y "red"
  - 1.3.3. Nudo origen y nudo final de una red

(ejercicios)

- 1.3.4. Numeración de los nudos de la red (ejercicios)
- 1.3.6. Ejemplo de laboración de una red
- 1.3.7. Quién de hacer la red?
- 1.3.8. Cómo se prepara una red?
  - 1.3.8.1. Desde el nudo origen
  - 1.3.8.2. Desde el nudo final
  - 1.3.8.3. Desde un punto intermedio
- 1.3.9. Cuánta información es necesaria para preparar una red?



#### 1.4. D) TIEMPO

- 1.4.1. El cálculo de la duración
- 1.4.2. Tres estimaciones de tiempo: optimista, pesimista y normal.
- 1.4.3. Aquién se piden las estimaciones de tiempo?
- 1.4.4. Cómo se pide las estimaciones de tiempo?
- 1.4.5. Cálculo del tiempo previsto: Te
- 1.4.6. Explicación de la fórmula de cálculo del tiem po previsto
- 1.4.7. Posibilidad del cálculo manual.

#### 2. METODO DE CALCULO

#### 2.1. Las fases

- 2.2. 1ª FASE: Obtención de los datos
- 2.3. 2ª FASE: Cálculo de los tiempos previstos
- 2.4. 3ª FASE: Cálculo de los Tmin
- 2.5. 4ª FASE: Cálculo de los Tmax
- 2.6. 5ª FASE: Examen de los resultados
  - 2.6.1. Holgura de un nudo
  - 2.6.2. Holgura de una actividad
    - 2.6.2.1. Holgura total
    - 2.6.2.2. Holgura libre
    - 2.6.2.3. Holgura independiente
  - 2.6.3. Nudos críticos
  - 2.6.4. Actividades críticas
  - 2.6.5. Ruta crítica
  - 2.6.6. Actividades y nudos hipercríticos
  - 2.6.7. Reflejo de las holguras en tablas
  - 2.6.8. Probabilidad

T-14

#### 1.3.6. Ejemplo de elaboración de una red.

2 ª

Supongamos que las relaciones de orden existentes entre varias actividades de un proyecto nos son conocidas.

¿Cómo elaborar la red correspondiente?

Basta con que para cada actividad nos hagamos estas - TRES PREGUNTAS:

1ª ¿QUE ACTIVIDADES PRECEDEN INMEDIATAMENTE A LA QUE SE ESTA CONSIDERANDO?

¿CUALES LE SIGUEN INMEDIATAMENTE?

3ª CUALES SE PUEDEN REALIZAR SIMULTANEAMEN TE CON LA CONSIDERADA?

Veamos un ejemplo. Sean las siguientes relaciones de orden y las que de ellas se deducen:

- 1º Del suceso de origen parten las actividades A y B.
- 2º La actividad A precede inmediatamente a las actividades C y D.
- 3º La actividad B precede inmediatamente a la actividad E.
- 4º La actividad C precede inmediatamente a la actividad F.
- 5º La actividad D precede inmediatamente a la actividad G.
- 6º La actividad G precede inmediatamente a la actividad H.
- $7^{\circ}$  La actividad F precede inmediatamente a las actividades J e I.
- 8º Las actividades H e I preceden inmediatamente a la actividad K.
- 9º La actividad J precede inmediatamente a las actividades N,  $\tilde{N}$  y O.
- 10ª La actividad N precede inmediatamente a la actividad R.
- 11ª La actividad Ñ precede inmediatamente a la actividad Q.
- 12ª La actividad O precede inmediatamente a la actividad P.
- 13ª La actividad K precede inmediatamente a la actividad L.
- 14ª La actividad L precede inmediatamente a la actividad M.
- 15ª La actividad M precede inmediatamente a la actividad T.

- 16ª Las actividades M y P preceden inmediatamente a la actividad S.
- 17ª La actividad E precede inmediatamente a las actividades V y X.
- 18ª Las actividades R, Q, S, T, V y X preceden inmediatamente a la actividad Y.
- 19ª Al realizarse la actividad Y se realiza el suce so final u objetivo del proyecto.
- a) Representando gráficamente la 1ª relación tendre—
  mos la figura 12:



FIGURA 12

b) Introduciendo la segunda condición tendremos (figura 13):

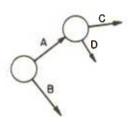


FIGURA 13

c) Reflejando la tercera condición tendremos (figura 14):

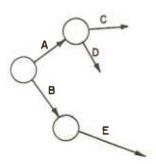


FIGURA 14

d) Reflejando la cuarta condición tendremos (figura 15):

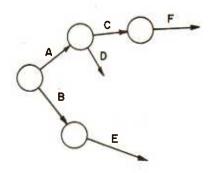


FIGURA 15

e) Reflejando la quinta condición tendremos (figura 16):

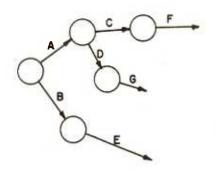


FIGURA 16

f) Reflejando la sexta condición tendremos (figura 17):

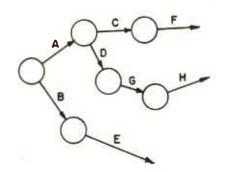
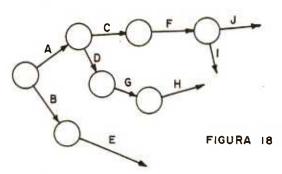
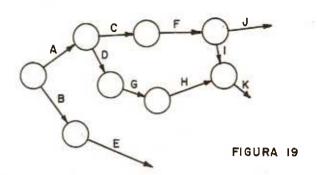


FIGURA 17

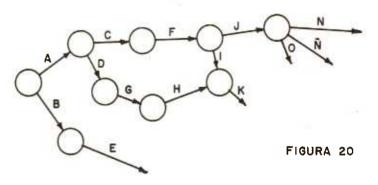
g) Reflejando la séptima condición tendremos (figura 18):



h) Reflejando la octava condición tendríamos (figura 19):



i) Reflejando la novena condición tendremos (figura 20):



j) Reflejando la décima condición tendremos (figura 21):

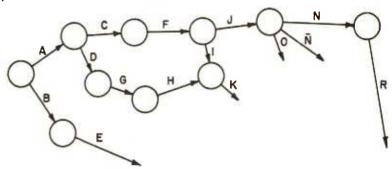


FIGURA 21

k) Reflejando la condición 11 tendremos (figura 22):

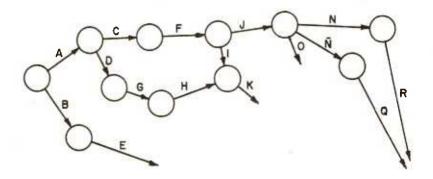


FIGURA 22

1) Reflejando la condición 12 tendremos (figura 23):

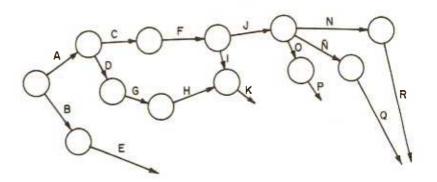


FIGURA 23

11) Reflejando la condición 13 tendremos (figura 24):

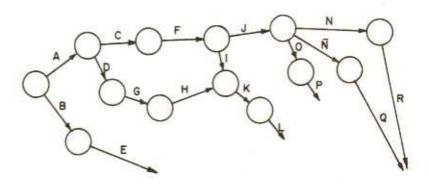


FIGURA 24

m) Reflejando la condición 14 tendremos (figura 25):

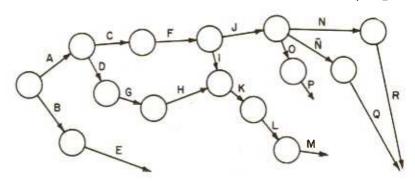


FIGURA 25

n) Reflejando la condición 15 tendremos (figura 26):

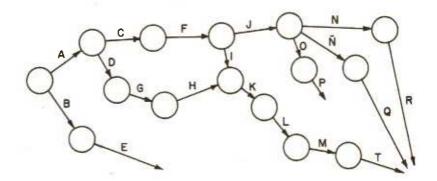


FIGURA 26

ñ) Al intentar reflejar la condición 16 observamos que estamos ante el segundo caso de actividades ficti—cias o virtuales que hemos estudiado. En efecto, -tal como hemos visto en la condición 15 la realización de M es necesaria para empezar la actividad T. Pero para empezar la actividad S (según la condi—ción 16) es necesario que estén realizadas M y P. Por lo tanto separaremos los sucesos finales de M y de P, los uniremos mediante una actividad ficticia f que vaya del suceso final de M al suceso final de P. Reflejando después la actividad S a partir del suceso final de P, tendremos (figura 27):

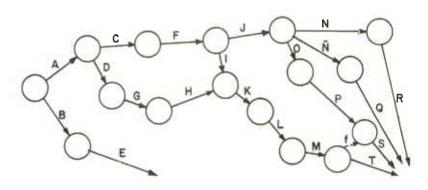


FIGURA 27

o) Reflejando la condición 17 tendremos (figura 28):

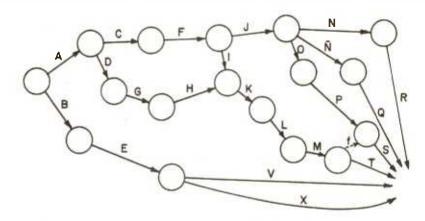


FIGURA 28

p) Reflejando la condición 18 tendremos (figura 29):

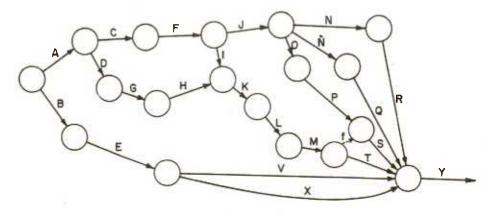
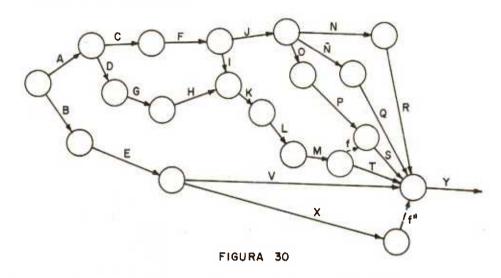
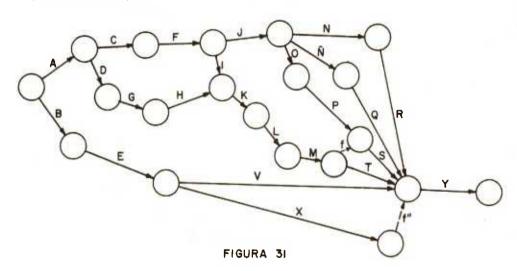


FIGURA 29

OJO. Hemos incumplido (actividades V y X) la condición de la red según la cual dos actividades no pueden tener idénticos el nudo de salida y el nudo de llegada. Estamos ante el primer caso de utilización de las actividades virtuales que hemos estudiado. Para corregir este error introduciremos un suceso distinto en el que terminará una de ellas y uniremos
ese suceso con el suceso final de la otra mediante
una actividad virtual. Tendremos (figura 30):

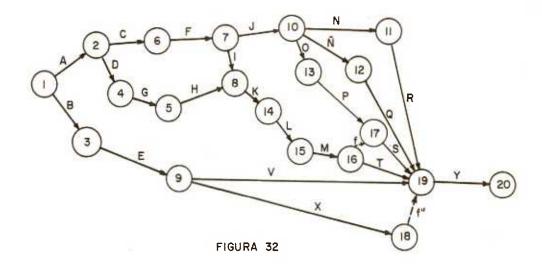


q) Y añadiendo el reflejo de la condición 19 tendremos (figura 31):



Ya tenemos la representación gráfica de las relaciones de orden de las actividades. Numeraremos ahora los nudos. Vuelva Vd. al nº 1.3.4. Numeración de los nudos de la red (Pág. 8) y pruebe a numerar los nudos correctamente sobre la figura 31.

A la vuelta de esta página la figura 32 presenta la red numerados correctamente sus sucesos.



#### 1.3.7. ¿Quién debe hacer la red?

La persona que cumpla estas dos condiciones:

- Estar preparado para hacer una red.
- Ocupar el cargo más alto posible en la Empresa.

Debe ser persona o personas competentes, que conozcan las características del proyecto y los problemas de -trabajo implicados en la red.

#### 1.3.8. Cómo se prepara una red?

#### 1.3.8.1. Desde el nudo de orígen.

Si el programa no es muy complicado se empie za en el nudo de orígen y se va elaborando la red con la información de que se dispone. Es relativamente fácil en Empresas o tareas en las que se utilizan técnicas standard.

#### 1.3.8.2. Desde el nudo final.

Se puede trabajar <u>hacia atrás</u> en la red partiendo del nudo final y preguntándose qué se sabe de las actividades anteriores. Se va estableciendo en cada nudo la información que debemos tener, las tareas que deben estar realizadas antes de empezar una nueva actividad.

#### 1.3.8.3. Desde un punto intermedio.

En ocasiones disponemos de abundante informa ción referida a uno o varios puntos intermedios del programa. En éste caso conviene elaborar la red desde ese punto desarrollándola hacia delante y hacia atrás desde ese punto.

#### En resumen

DEBE COMENZARSE LA RED DESDE EL PUNTO DEL -QUE SE DISPONE DE LA MAXIMA INFORMACION.

cando una persona con entrenamiento medio supone 7 horas de trabajo. La tabulación de 30 zonas de 25 Municipios supone 30 jornadas de trabajo de 7 horas de 1 persona o 5 jornadas de 7 horas de trabajo de 6 personas).

Aunque se renunciase a las fases siguientes del cálculo, la mera elaboración de la red supone un esfuer zo de análisis realizado de forma sistemática y racional. La red permite, aún sin calcularla:

- Valorar mejor las actividades.
- Conocer perfectamente las características de las actividades.
- Conocer las uniones de interdependencia con los otros componentes.
- Disponer, en fin, de una representación "fotográfica" que permite tener presente y controlar mucho mejor todo el conjunto.

En CARITAS se darán bastantes casos en que no será - posible calcular la red PERO SIEMPRE CONVENDRA ELABORAR LA RED.

En los próximos temas demostraremos como el cálculo PERT, provee informaciones muy útiles, aptas para de terminar cuales son las intervenciones más ventajo—sas y oportunas, de los planificadores.

#### 1.4.4. ¿Cómo se piden las estimaciones de tiempo?

- + En primer lugar, es preciso subrayar a las personas que han de dar las estimaciones de tiempo que
  - EL CONTENIDO DE TRABAJO A QUE SE REFIEREN LAS TRES ESTIMACIONES DE TIEMPO ES EL MISMO.
  - LOS RECURSOS EMPLEADOS EN LA ACTIVIDAD SON LOS MISMOS PARA LAS TRES ESTIMACIONES DE TIEM PO.

Un cambio en los recursos disponibles (un hombre más, una máquina más, etc.) supone <u>cambiar las tres</u> estimaciones de tiempo.

Un cambio en el contenido del trabajo (P.e. tabular-20 cuestionarios en vez de 40) supone <u>cambiar las</u> -<u>tres</u> estimaciones de tiempo.

- + En segundo lugar, es preciso que las personas a quie nes se piden las tres estimaciones de tiempo conoz can a fondo el trabajo de que se trata y que hayan definido bien las dificultades técnicas que hay que superar y los medios (máquinas, personal, dinero, etc.) de los cuales disponen.
- + En tercer lugar es preciso pedir las estimaciones de tiempos de las distintas actividades sin seguir la secuencia lógica de las actividades en la red. Si se guimos la secuencia lógica corremos el riesgo de que cada uno vaya añadiendo su margen de seguridad en su afán de "quedar bien". SE DEBEN PEDIR LAS ESTIMACIONES DE TIEMPOS ESCOGIENDO AL AZAR LA ACTIVIDAD INVESTIGADA EN CADA CASO.
- + En cuarto lugar, conviene que al pedir las tres estimaciones de tiempo referidas a una actividad se siga el siguiente orden.
  - 1º.- Preguntar el tiempo optimista
    Es la estimación más facil de conseguir.
    Es el tiempo que "se le viene a la cabeza" a cada uno.
  - 2º.- Preguntar el tiempo pesimista
    Es la estimación más dificil de conseguir.
    Exige pensar con mentalidad prospectiva.
    Exige imaginación para prever cuales son las dificultades que pueden surgir y los problemas que pueden plantearse. Por ello es la más util.
  - 3º.- Preguntar el tiempo normal
    Exige tener en cuenta la experiencia de trabajos iguales o similares al de la actividad
    de que se trate.

#### 1.4.5. Cálculo del tiempo previsto: Te

Una vez hemos obtenido las tres estimaciones de tiem po (tiempo optimista, tiempo pesimista y tiempo normal) estamos en condiciones de calcular el tiempo previsto para la actividad.

La fórmula es la siguiente: Sea  $\underline{\text{Te}}$  el tiempo previsto;  $\underline{\text{a}}$  el tiempo optimista;  $\underline{\text{n}}$  el tiempo normal y  $\underline{\text{b}}$  el tiempo pesimista.

Fórmula para el cálculo del tiempo previsto

$$Te = \frac{a + 4n + b}{6}$$

Por ejemplo: Sea la actividad "visita a los Munici - pios" para recoger los cuestionarios de la Encuesta de Municipios.

Tiempo optimista a = 6 días Tiempo normal n = 16 días

Tiempo pesimista b = 50 días

Tiempo previsto Te =  $a + 4n + b = 6 + (4 \times 16) + 50 = 6$  = 120 = 20 días

#### 1.4.6. Explicación de la fórmula de cálculo del tiempo previsto

El tiempo previsto es una función de los tres tiem - pos a, n y b. O sea Te = f(a,n,b)

La experiencia y la intuición nos indican que la distribución estadística de las duraciones de una actividad es semejante a la representada en la figura 33

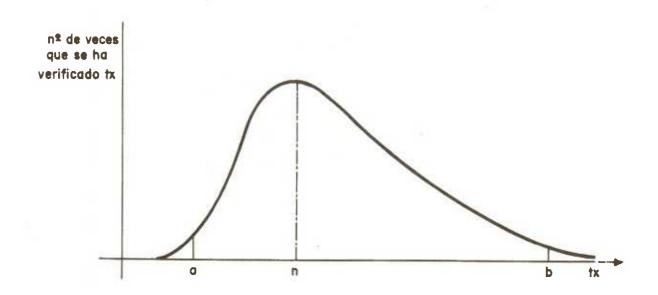


FIGURA 33

Es decir, una distribución de tipo  $\beta_1$  (para una explicación más detallada vease anexo 1). Para determinar la dependencia funcional considera - mos una distribución estadística de tipo  $\beta_1$  representada en la figura 34 en la que M sea el punto cen - tral del intervalo b - a.

$$M = \frac{a + b}{2}$$

y Te el tiempo más probable (tiempo esperado o tiempo) que buscamos.

Realizando el análisis de la distribución Beta, se tiene que el tiempo Te, más probable (o tiempo pre visto) es aquel que cuenta con el 50 % de probabilidades de realizarse; el tiempo Te buscado dividirá el área comprendida en la curva en dos partes igua les.

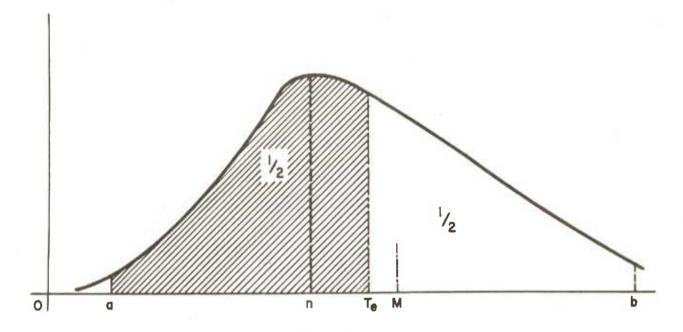


FIGURA 34

Cuando este hecho se expresa, según la teoría esta—dística se iguala Te a una media ponderada de n y M, dando un peso 2 a n, y un peso 1 a M.

en fórmula: Te = 
$$\frac{2n + M}{3}$$

y puesto que 
$$M = a + b$$

Te = 
$$\frac{2n + \frac{a + b}{2}}{3}$$
 =  $\frac{a + 4n + b}{6}$ 

que es la fórmula que hemos dado antes para el cálculo del tiempo previsto.

#### 1.4.7. Posibilidad del cálculo manual.

Al llegar a este punto es preciso salir al paso de una falsa impresión. Esta:

Para calcular los tiempos previstos de una red es - necesaria una calculadora electrónica.

La respuesta a esta firmación es: SEGUN. Según sea de compleja la red.

Con un mínimo de práctica <u>se puede calcular en una - hora una red de 125 nudos</u>. Para "meter" en una calculadora el cálculo de esa red de 125 sucesos, HAY - QUE DEDICAR DOS HORAS a la preparación de los datos.

De hecho, y por esta razón en la General Eléctrica - del 30 al 40 % de los cálculos se hacen a mano.

#### 2. METODO DE CALCULO

#### 2.1. Las fases.

El cálculo PERT se realiza en cinco fases que son las siguientes:

1ª FASE: Obtención de los datos.

2ª FASE: Cálculo de los tiempos previstos.

3º FASE: Cálculo de los Tmin.

4ª FASE: Cálculo de los Tmax.

5ª FASE: Examen de los resultados.

#### 2.2. Primera fase. Obtención de los datos.

Hemos estudiado ya ampliamente esta fase en el capítulo anterior. En ella se examinan las características del programa, se hace la lista de las actividades que comprende, se establecen las interdependencias de las actividades, se representa gráficamente la red, se obtienen las tres estimaciones de tiempo para cada actividad.

ES UNA FASE BASICA. De la bondad de los datos obtenidos de pende la bondad del cálculo.

#### 2.3. Segunda fase: Cálculo de los tiempos previstos:

En esta fase se calcula para cada actividad el tiempo pre — visto Te según la fórmula dada que, repetimos, es

$$Te = \frac{a + 4n + b}{6}$$

### 2.4. Tercera fase: Cálculo de los Tmin. (Cálculo de las fechas - mínimas).

Vamos a operar con una red cualquiera sencilla.

Por ejemplo la de la figura 35.

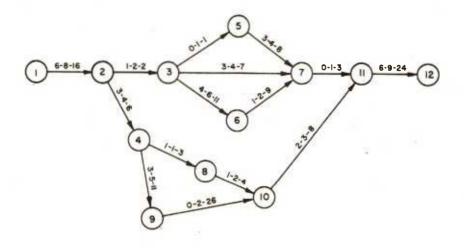


FIGURA 35

Supongamos que ya se han calculado los Te de forma que las tres estimaciones de tiempo se hayan reducido a una sola de la forma que expresa la figura 36.

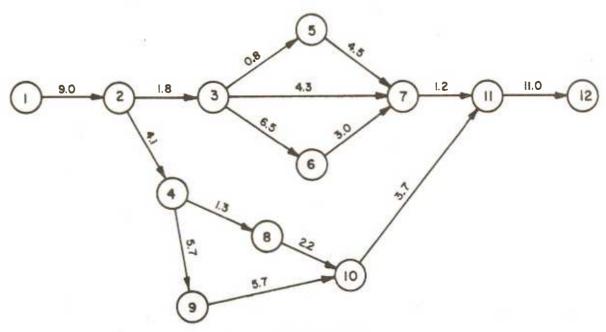


FIGURA 36

Como ya hemos indicado anteriormente, a la fecha que corresponde al nudo de partida le damos un valor igual a cero (tomándola como fecha de referencia). Entonces al nudo 2 se le atribuirá un tiempo correspondiente a la fecha del nudo 1, aumentada por la duración de la actividad que va del nudo 1 al nudo 2. A este tiempo le llamaremos (Tmin)2 y resultará:

$$(Tmin)_2 = (Tmin)_2 + Te = 0 + 9,0 = 9$$

Fácilmente se pueden calcular los nudos 3 y 4 sumando a (Tmin), los tiempos correspondientes:

$$(Tmin)_3 = (Tmin)_2 + 1.8 = 9 + 1.8 = 10.8$$
  
 $(Tmin)_4 = (Tmin)_2 + 4.1 = 9 + 4.1 = 13.1$ 

E igualmente sencillo es calcular los nudos 5 y 6 y 8 y 9

$$(Tmin)_5 = (Tmin)_3 + 0.8 = 10.8 + 0.8 = 11.16$$
 $(Tmin)_6 = (Tmin)_3 + 6.5 = 10.8 + 6.5 = 17.3$ 
 $(Tmin)_8 = (Tmin)_4 + 1.3 = 13.1 + 1.3 = 14.4$ 
 $(Tmin)_9 = (Tmin)_4 + 5.7 = 13.1 + 5.7 = 18.8$ 

Para el nudo 7 hay que tener en cuenta que se puede llegar a él a través de las actividades que parte respectivamente de los nudos 3, 5 y 6.

Para determinar  $(Tmin)_7$  hay que comparar los tres tiempos  $(Tmin)_7' = (Tmin)_5 + 4,5 = 11,6 + 4,5 = 16,1$ 

$$(Tmin)_{7}^{1'} = (Tmin)_{3} + 4,3 = 10,8 + 4,3 = 15,1$$
  
 $(Tmin)_{7}^{m'} = (Tmin)_{6} + 3,0 = 17,3 + 3,0 = 20,3$ 

Y ESCOGER EL MAYOR DE TODOS ELLOS, que en este caso es (Tmin)", y entonces se tendrá.

$$(Tmin)_{7} = (Tmin)_{7}^{m} = 20,3$$

Lo mismo nos sucede con el nudo 10, al que es posible llegar a partir de las actividades que comienzan en los nudos 8 y 9.

$$(Tmin)_{10}^{"} = (Tmin)_{8} + 2,2 = 14,4 + 2,2 = 16,6$$
 $(Tmin)_{10}^{"} = (Tmin)_{4} + 5,7 = 18,8 + 5,7 = 24,5$ 

En este caso:

$$(Tmin)_{10} = (Tmin)_{10}^{"} = 24,5$$

El cálculo se continuará de este modo, sumando las duraciones de las actividades al (Tmin) correspondiente al nudo de partida, y tomando como Tmin del nudo al que lleguen varias actividades la mayor de las fechas entre todas las calculadas a lo largo de todos los caminos posibles.

El Tmin de un nudo, REPRESENTA <u>LA FECHA MINIMA</u> ANTES DE -LA CUAL NO ES POSIBLE COMENZAR LAS ACTIVIDADES QUE PARTEN DE EL.

El Tmin del nudo final, REPRESENTA LA FECHA MINIMA ANTES DE LA CUAL NO ES POSIBLE ACABAR EL PROGRAMA.

Los Tmin se representan encerrándolos en un pequeño círculo a la izquierda del nudo correspondiente. Por ejemplo, en - la figura 37 se han reflejado los Tmin de la red que estába mos calculando como ejemplo.

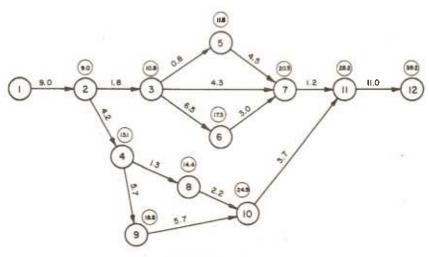


FIGURA 37

Para facilitar la realización de esta fase del cálculo y la de las posteriores resulta cómodo disponer los datos y los resultados en forma de tabla tal como la recogida en la figura 38:

ACTIVIDAD		Te (tiempo previsto)	Tmin Fecha mínima			
Nudo de 11egada	Nudo de partida	(duración de la actividad)	Ini- ciación	Termi- nación		
2	1	9,0	О	9,0		
3	2	1,8	9	10,8		
4	2	4,1	9	13,1		
5	3	0,8	10,8	11,6		
6	3	6,5	10,8	17,3		
7	3	4,3	10,8	15,1		
7	5	4,5	11,6	16,1		
7	6	3,0	17,3	(20,3)		
8	4	1,3	13,1	14,4		
9	4	5,7	13,1	18,8		
10	8	2,2	14,4	16,6		
10	9	5,7	18,8	(24,5)		
11	7	1,2	20,3	21,5		
11	10	3,7	24,5	(28,2)		
12	11	11,0	28,2	39,2		

ACTIVIDAD		Te	Tmin Fec!	na m <b>in</b> ima	Tmax Fecha máxima		
Nudo de llegada	Nudo de partida	,		Termi- nación	Ini- ciación	Termi- nación	
2	1	9,0	0	9,0	0	9,0	
3	2	1,8	9,0	10,8	15,8	17,6	
4	2	4,1	9,0	13,1	(9,0)	13,1	
5	3	0,8	10,8	11,6	21,8	22,6	
6	3	6,5	10,8	17,3	(17,6)	24,1	
7	3	4,3	10,8	15,1	22,8	27,1	
7	5	4,5	11,6	16,1	22,6	27,1	
7	6	3,0	17,3	(20,3)	24,1	27,1	
8	4	1,3	13,1	14,4	21,0	22,3	
9	4	5,7	13,1	18,8	(13,1)	18,8	
10	8	2,2	14,4	16,6	22,3	24,5	
10	9	5,7	18,8	(24,5)	18,8	24,5	
11	7	1,2	20,3	21,5	27,1	28,2	
11	10	3,7	24,5	(28,2)	24,5	28,2	
12	11	11,0	28,2	39,2	28,2	39,2	

Fig. 40

100 × 21

#### 2.6. QUINTA FASE: EXAMEN DE LOS RESULTADOS.

Realizadas ya las cuatro fases anteriores poseemos los datos necesarios para pasar a la fase más fecunda: examen de los resultados.

#### 2.6.1. Holgura de un nudo.

En las fases tercera y cuarta hemos obtenido las fechas mínimas (Tmin) y (Tmax) de cada nudo.

Restando del Tmax el Tmin de un nudo obtenemos la holgura o tiempo libre de ese nudo. Por ejemplo, en la red de la figura 39 la holgura del nudo 7 se calcula de la siguiente forma:

 $(Tmax)_7 - (Tmin)_7 = 27,1-20,3 = 6,8 = holgura del nudo 7$ 

La holgura o tiempo libre de un nudo es el INTERVA-LO DEL TIEMPO ENTRE CUYOS LIMITES SE PUEDE FIJAR LI BREMENTE EL COMIENZO DE LAS ACTIVIDADES QUE PARTEN DE ESE NUDO, con la seguridad de que esa fijación

- es compatible con cuanto precede
- no influye negativamente en la fecha final

#### 2.6.2. Holgura de una actividad: sus clases.

La holgura, o tiempo libre, no es un concepto solo - aplicable a los nudos. También se aplica a las actividades. Ahora bien, como quiera que toda actividad está definida por un nudo de partida y un nudo de - llegada, para una actividad ij definida por los nu - dos i, de partida, y j, de llegada, en el cálculo de su holgura juegan cinco datos.

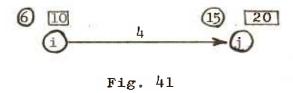
- El Tmax del nudo de partida i
- El Tmin del nudo de partida i
- El Tmax del nudo de llegada j
- El Tmin del nudo de llegada j
- La duración (Te) de la actividad

Según juguemos con unos u otros de estos cinco datos calcularemos las distintas clases de holgura de la -actividad: holgura total, holgura libre, holgura independiente.

Recordemos que, en general

holgura de una actividad es

el tiempo que sobra para realizarla Para aplicar las distintas definiciones de holgura - de una actividad tomemos como ejemplo la actividad de la figura. 41.



#### 2.6.2.1. Holgura total de una actividad.

Tomemos el Tmax del nudo de llegada y el Tmin del nu do de partida. Es decir, supongamos que la actividad o las actividades anteriores acaban lo antes posible y que la actividad o actividades posteriores empie - zan lo más tarde posible (naturalmente sin que la - duración total del proyecto aumente).

En nuestro ejemplo de la fig. 41.

$$(Tmax)_j = 20$$
  
 $(Tmin)_j = 6$ 

Restemos del tiempo máximo del nudo j el tiempo mín<u>i</u> mo del nudo i

$$(Tmax)_{i} - (Tmin)_{i} = 20 - 6 = 14$$

restemos ahora de ese resultado la duración de la a $\underline{c}$  tividad ij

$$(Te)$$
 $Teij = 4$ 

$$\left[ (\text{Tmax})_{j} - (\text{Tmin})_{i} \right] - (\text{Te})_{ij} = 14 - 4 = 10$$

Esa es la "holgura total" de la actividad ij

La "holgura total" de una actividad es la holgura (o tiempo libre) que tendría el encargado de realizarla actividad si los que van antes que él terminaran su trabajo lo antes posible y los que van después empezaran el suyo lo más tarde posible.

#### 2.6.2.2. Holgura libre.

Tomemos ahora los (Tmin) de los nudos de partiday de llegada es decir, supongamos que la actividad o actividades anteriores acaban lo antes posible pero que la actividad o las actividades posteriores quere - mos empezarlas lo antes posible. Las operaciones serian las siguientes:

$$\left[ (Tmin)_{j} - (Tmin)_{i} \right] - Teij = h_{ij}$$

En nuestro ejemplo

$$[15 - 6] - 4 = 9 - 4 = 5$$

hallando asi la "holgura libre" de la actividad.

La "holgura libre" de una actividad es el tiempo sobrante de que dispone el encargado de una actividad si los que van antes que él terminan lo antes posible pero los que van detrás también quieren empezar lo an tes posible.

Fórmula de la "holgu vidad ij

#### 2.6.2.3. Holgura independiente.

Tomemos ahora el (Tmax) del nudo de partida y el min) del nudo de llegada. Es decir, supongamos que la o las actividades anteriores acaban lo más tarde posi ble y que la o las actividades posteriores empiezan lo más pronto posible. Las operaciones serían:

$$[(Tmin)_j - (Tmax)_i] - Teij = h'$$

$$[15 - 10] - 4 = 5 - 4 = 1$$

La "holgura independiente" de una actividad es el tiem po sobrante de que dispone el encargado de una activi dad si los que van antes que el terminan su o sus actividades lo más tarde posible y los que van detrás empiezan lo antes posible.

Como quiera que esta holgura no pueden reducirla losdémás sin modificar el tiempo total del proyecto se -11ama "holgura independiente"

Fórmula de la "holgu ra independiente una actividad.

#### 2.6.3. Nudos críticos.

Nudo crítico es

aquel cuya holgura es cero

o lo que es lo mismo

Nudo crítico es

aquel cuyos Tmax y Tmin son iguales

Cualquier retraso en la realización de un nudo crítico retrasa la realización del proyecto, retraso la fecha final.

Volvamos a la fig. 39 (pág. 31). Una simple ojeada nos muestra que son nudos críticos los siguien tes:

#### 2.6.4. Actividades críticas.

En la figura 39 son actividades críticas las siguien tes:

1-2; 2-4; 4-9; 9-10; 10-11; 11-12;

#### 2.6.5. Ruta crítica.

Ruta crítica es actividades críticas que va del nudo inicial al nudo final.

La fig. 42 nos repite la fig. 39 marcando con trazo grueso la ruta crítica.

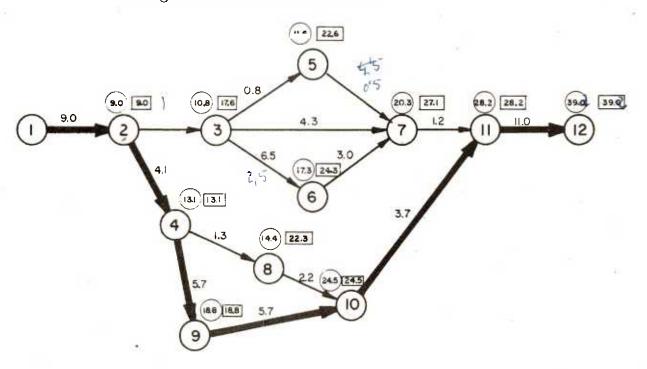


FIGURA 42

La fecha final, el (Tmin) del nudo final es, por tanto, la suma de las duraciones de las actividades de la ruta crítica. La ruta crítica es la serie "más larga" (de mayor duración) de activida des consecutivas que van del nudo inicial al nudo final.

Consecuencia importante.

CUALQUIER RETRASO EN LA RUTA CRITICA SUPONE UN RETRASO EN LA FECHA FINAL.

El conocimienyde cuál es la ruta crítica es la máxima ventaja que proporciona el uso del cálculo PERT.—Sus aplicaciones prácticas las trataremos al hablar del "replanteo de la red".

#### 2.6.6. Actividades y nudos hipercríticos.

Hasta ahora hemos estado actuando en el supuesto de que el nudo final tiene

Es decir, en el supuesto de que la fecha mínima (Tmin) antes de la cual no es posible acabar el programa (vide definición pág..28) COINCIDE con la fecha máxima (T max) de la cual no se debe pasar para tener acabado el programa.

Pero no es insistir mucho para darnos cuenta de que no siempre se da esta condición. En muchos casos "alguien" con poder para ello (el cliente-en el caso de una organización comercial- el fefe - en cualquier - organización- "Madrid" o "la Nacional" - en el caso de una Secretaría Diocesana del Plan-; el Director Nacional - en el caso de la Secretaría Nacional del - Plan-) decide que tal fecha es la máxima permisible para tal programa

Y TOMA E IMPONE ESA DECISION SIN HABER HECHO EL CAL-CULO PERT DEL (Tmin).

Qué pasa entonces?. Pueden darse tres casos:

Hecho el cálculo del (Tmin) final mediante la elaboración de izquierda a derecha en la red, teniendo - unicamente en cuenta la suma de la duración de las - actividades críticas.

#### COINCIDE el (Tmin) final con la fecha prefijada.

Si es así lenhorabuena!. Es posible cumplir la fecha. Naturalmente hay que estar atento a no permitir ningún retraso en las actividades críticas o a enmendar lo si se produce. Pero es posible cumplir el plazo. Estamos en el supuesto que hemos contemplado a lo lar go de toda la exposición anterior.

Si es así | más enhorabuena!. Significa que los recursos disponibles para realizar las distintas activida des permiten unos tiempos parciales tales que la fecha final es inferior a la fecha deseada.

En este caso tenemos holgura positiva incluso para - la ruta crítica. Es decir la ruta crítica no estará compuesta por aquellas actividades cuya holgura to - tal sea cero, SINO POR AQUELLAS ACTIVIDADES CUYA HOLGURA TOTAL POSITIVA SEA MENOR.

Nos caben entonces dos alternativas. O bien conservamos esa holgura positiva de la ruta crítica como margen de seguridad. O bien ahorramos recursos (reducimos presupuesto) hasta el punto en que la holgura de la ruta crítica vuelva a igualarse a cero.

Por desgracia este es el caso más frecuente. Hecho el cálculo PERT resulta que el (Timn) final, <u>la fecha mínima antes de la cual no es posible acabar el programa</u>, ES POSTERIOR A LA FECHA PREFIJADA.

Estamos en el caso (Tmax) - (Tmin) =- x

#### - x = holgura negativa

Los nudos para los que se verifica esta condición - (los nudos con holgura negativa) son "hipercríticos" y las actividades que tienen nudos hipercriticas de partida o de llegada a ambos a la vez, son en general hipercriticas.

Vamos a contemplar un ejemplo. El reflejado en la figura 43.

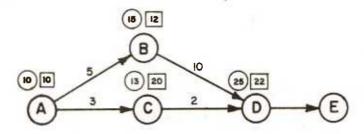


FIGURA 43

Sean AB la actividad "redactar apuntes PERT-CPM"

CD " "escribir direcciones sobres y pegar sellos"

DE " "Meter en sobres"

El nudo B. Tiene una holgura total negativa

$$(Tmax)_{B} - (Tmin)_{A} - TeAB \left[ 12 - 10 \right] - 5 = -3$$

que es la misma del nudo D y la misma de la red par cial que acaba en D.

Qué puede hacerse en estos casos?. Lo veremos con - detalle al tratar del "replanteo de la red".

#### 2.6.7. Reflejo de las holguras en tablas.

La Tabla de la figura 44 refleja las holguras totales libres e independientes de todas las actividades añadidas a la tabla anterior.

ACTIVI			Fecha m	Tmin Fecha minima		ax maxima	HOLGURAS A		
Nudo de llegada		tiempo previsto (duración de la actividad)	ln <u>i</u>	Termi- nación	In <u>i</u> ciación	Termi- nación		LIBRE	pendiente
2	1	9,0	0	9,0	0	9,0	0	0	0
3	2	1,8	9,0	10,8	15,,8	17,6	6,8	0	-6,8
4	2	4,2	9,0	13,2	(9,0)	13 <b>,2</b>	0	0	0
5	3	0,8	10,8	11,6	21,8	22,6	11	0	-11
6	3	6,5	10,8	17,3	(17,6)	24,1	6,8	0	- 6,8
7	3	4,3	10,8	15,1	22,8	27,1	12	0	-12
7	5	4,5	11,6	16,1	22,6	27,1	<b>2 11</b>	0	-11
7	6	3,0	17,3	(20,3)	24,1	27,1	6,8	0	- 6,8
8	4	1,3	13,2	14,5	21 🕻	22 <b>,</b> 4	7,9	0	<b>-4,</b> 9
9,	4	5,7	13 <b>,2</b>	18 <b>,</b>	( <u>13,2</u> )	18 <b>,</b>	0	0	o
10	8	2,2	14,5	16,7	22,4	24,6	7,9	0	- 7,9
10	9	5,7	18 <b>,</b>	( <u>24<b>,6</b></u> )	18 <b>,</b>	24 <b>,6</b>	0	0	0
11	7	1,2	20,3	21,5	27,1	28,3	6 <b>,%</b>	0	- 6,8
11	10	3,7	24 <b>,6</b>	( <u>28,<b>2</b></u> )	24 <b>,5</b>	28,3	0	0	- 1094 O
12	11	11,0	28 <b>,3</b>	39 <b>,3</b>	28 <b>,3</b>	39 <b>,3</b>	0	0	0

Figura 44

mos como unidad el recorrido (b - a), hacemos el cambio de variable

$$x = \frac{t - a}{b - a}$$

y escribiremos (1) en la forma clásica:

$$f(x) = \frac{x^a \cdot (1 - X)^y}{B(a + 1, y + 1)}$$

la moda de x será, por tanto,

$$m = \frac{M - a}{b - a} \tag{2}$$

sustituyendo el valor hallado de M resulta:

$$m = \frac{a}{a + y} \tag{2'}$$

El valor medio E(x) y la varianza V(x) se calculan a partir de los momentos de primero y segundo orden de f(x), cálculo que es inmediato y no exponemos porque puede verse en cualquier tratado de estadística. Sus expresiones son:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{a}+1}{\mathbf{a}+\mathbf{y}+2} \tag{3}$$

$$V(x) = \frac{(a+1)(Y+1)}{(a+Y+2)^2 + (a+Y+3)} = \frac{1}{36}$$
 (4)

Puesto que la varianza de t es  $\sigma = \frac{(b-a)^2}{36}$ 

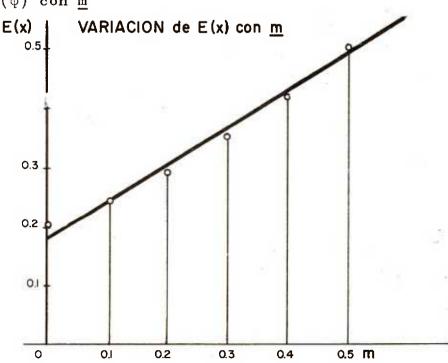
$$\sigma = \frac{(b - a)^2}{36}$$

la de x sería

$$\frac{1}{36}$$

Sustituyendo los valores de M, a y b en (2) calculamos my, mediante las ecuaciones  $(2^{\circ})$  y (4), podemos calcular x y Y y, conociendo éstos, el valor medio de E(x) por la fórmula (3).

Variación de  $E(\varphi)$  con <u>m</u>



Es decir, eliminando y entre (2) y (4) resulta:

$$a^3 + (36m^3 - 36m^2 + 7m)a^2 - 20m^2a - 24m^3 = 0$$

y de esta ecuación podemos deducir a para cada valor de m.

Sustituyendo estos valores de m en (2), deducimos  $\forall$ , y sustituyendo en (3) los valores calculados de a y  $_{\chi}$  hallaremos E(x).

Haciendo estos cálculos para distintos valores de m se obtiene la tabla:

m	a	У	$\mathbb{E}(\mathbf{x})$
0 0,1 0,2 0,3 0,4	0 0,361 0,891 1,573 2,300	2,878 3,253 3,566 3,671 3,450	0,205 0,243 0,292 0,355 0,425
0,5	3	3	0,500

y representando graficamente E(x) (fig. 20), en función de m, se ve que la función es practicamente lineal y que se puede sustituir por la recta

$$E(x) = \frac{4m + 1}{6}$$

Deshaciendo el cambio de variable resulta:

$$E(t) = a + (b - a)E(x) = a + (b - a) \frac{4 \frac{M-a}{b-a}}{6} = \frac{6a+4(M-a)+b-a}{6} = \frac{a + 4M + b}{6}$$

que es la fórmula utilizada en el PERT.

#### CURSILLO " PLANEAMIENTO Y SOCIOLOGIA POSITIVA " SECRETARIA TECNICA DE ESTUDIOS CARITAS NACIONAL



Asignatura	PERT	-	CPM

Profesor..... D. Justo de la Cueva Día..... de Febrero de 1964 Ejercicio.... P - 1

Cursillista...

Marque rrecta		una cruz la	casilla de la contestación que considere co-
A			( 01 el tiempo previsto para una actividad
	ΔΤο	representa	02 la fecha final de una - actividad
			03 una actividad
			04 la fecha de comienzo de una actividad
B		representa	( ll el tiempo previsto para una actividad
	To		12 la fecha final de una - actividad
	Te		13 una actividad
			( 14 la fecha de comienzo de

una actividad.....

Dada la siguiente cadena:

A	А	A <sub>3</sub>	A	4
N <sub>1</sub>	N <sub>2</sub>	N <sub>7</sub> 3	N <sub>4</sub>	N <sub>5</sub>
			7	7
	•	•		ş
<b>←</b> ∆ To →	7	9	t	_ F
	1	2.	2	1
	1	1	1	
	т2	Тоз	To <sub>4</sub>	T <sub>f4</sub>
	${ t T_{f1}}$	T <sub>f2</sub>	$^{\mathrm{T}}$ f $3$	

y los siguientes valores

$$\triangle$$
 To = 3 Te<sub>1</sub> = 15 Te<sub>3</sub> = 20 Te<sub>4</sub> = 30 T<sub>f4</sub> = 80

Calcule: 
$$Te_2 = To_3 = T_{f3} = To_2 = T_{f1} = To_4$$
.

Marque con una cruz las casillas de las afirmaciones que considere <u>falsas</u>

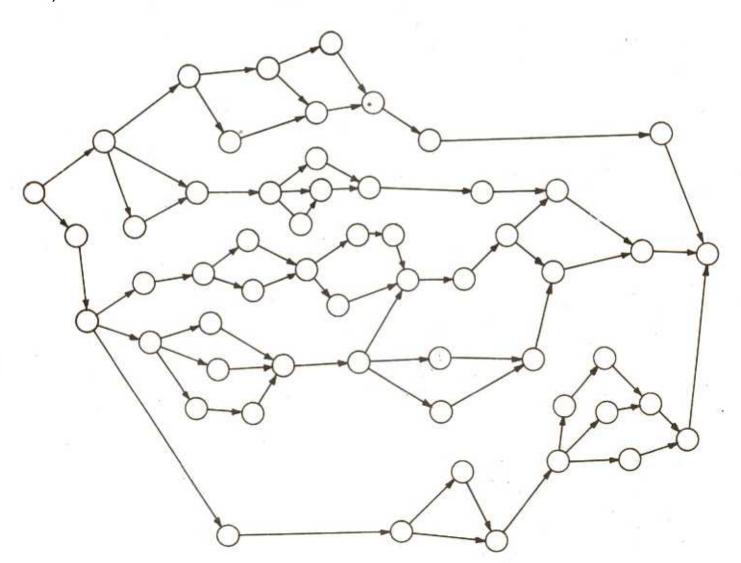
	La duración de una actividad depende de la duración de la precedente y de la consecuente	
	de la precedente y de la consecuente	6.1.
	Puede haber varios nudos finales	6.2.
6)	Del nudo final solo parte una actividad	6.3.
	Del nudo final pueden partir varias actividades	6.4.
	Solo puede haber un nudo final	6.5.
	Al nudo inicial solo puede llegar una actividad	6.6.

signatura: PERT - CPM rofesor: D. Justo de la Cueva  ía: de 1.964 jercicio: P - 2 ursillista: D.
arque con una cruz la casilla cuya contestación considere correcta
El instante final de una actividad 3.1.  El instante comienzo de una actividad 3.2.  UEDE SER  Una actividad 3.3.
(Una sola actividad 4.1.  PUEDEN Dos actividades 4.2.  CONCURRIR (Una o más actividades 4.3.
Observemos la figura:  E  A3  E3  A4  E4  E5
farque con una cruz las casillas de las afirmaciones que considere correctas  4 no puede comenzar hasta  5.1 A5 no puede comen
no puede comenzar hasta que hayan concluído A3 y A2 5.1. A5 no puede comenzar hasta que haya concluído 5.4.  3 no puede comenzar hasta que haya concluído A1 5.2.
puede comenzar cuando haya  5.3.  A puede empezar aunque A no haya concluí- do  5.5.

# CURSILLO "PLANEAMIENTO Y SOCIOLOGIA POSITIVA" SECRETARIA TECNICA DE ESTUDIOS CARITAS NACIONAL

Numere Vd. correctamente los nudos de la siguiente red.

H)



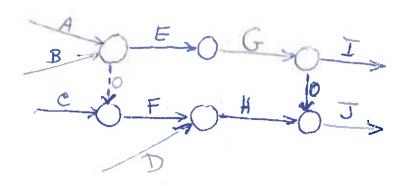
Asignatura	PERT - CPM
Profesor	D. Justo de la Cueva
Día	√ Febrero de 1964
Ejercicio	P - 4
Curailliata	D a carrier at a series of a carrier

I)	Marque	con	una	cruz	1a	casilla	dе	1a	afirmación	que	${\tt considere}$	co-
	rrecta											

-	la actividad ficticia supone un cierto gasto de tiempo	
-	la actividad ficticia supone un cierto gasto de trabajo pero no de dinero	
-	La actividad ficticia no supone ningún	

- J) Represente gráficamente las siguientes relaciones utilizando actividades ficticias:
  - la actividad E no puede empezar hasta que estén acabadas las actividades A y B,
  - la actividad F no puede empezar hasta que estén acabadas A, B y C
  - la actividad H no puede empezar hasta que estén acabadas las actividades F y D
  - la actividad G no puede empezar hasta que no esté acabada la actividad E
  - la actividad I no puede empezar hasta que esté acabada la actividad G
  - la actividad J no puede acabar hasta que estén acabadas las actividades H y G.

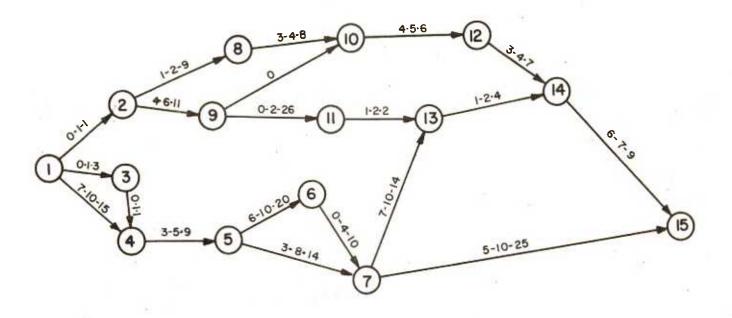
#### Dibuje aquí:



Asignatura PERT - CPM Profesor D. Justo de la Cueva Día de Abril 1964 Ejercicio P-5 Cursillista Eleua Thanth	
K) Marque con una cruz la casilla de rrecta	la contestación que considere co-
Las estimaciones de tiempos optimista, pesimista y nor-mal se piden a	El jefe de contabilidad de la empresa 71
mar be prom account to	El jefe de Personal de la empresa 73
	Los directores de ven— tas, personal y contab <u>i</u> 1idad.  74
	Los departamentos que - han de realizar la acti 72 vidad
L) Las estimaciones de tiem pos deben pedirse	Siguiendo la secuencia lógica de las activida- 81 des
	Al azar 82
LL) Las tres estimaciones de tiempo dirlas según este orden:	de una actividad es aconsejable p <u>e</u>
1º Tiempo optimista 2º Tiempo pesimista 3º Tiempo normal 91	1º Tiempo normal 2º Tiempo pesimista 3º Tiempo optimista 92
1º Tiempo pesimista 2º Tiempo optimista 3º Tiempo normal 93	1º,- Tiempo normal 2º,- Tiempo optimista 3º,- Tiempo pesimista 94
1º Tiempo pesimista 2º Tiempo normal 3º Tiempo optimista 95	1º Tiempo optimista 2º Tiempo normal 3º Tiempo pesimista 96

## CURSILLO "PLANEAMIENTO Y SOCIOLOGIA POSITIVA" SECRETARIA TECNICA DE ESTUDIOS CARITAS DIOCESANAS

#### LL) Calcule Vd. los Te de la siguiente red:

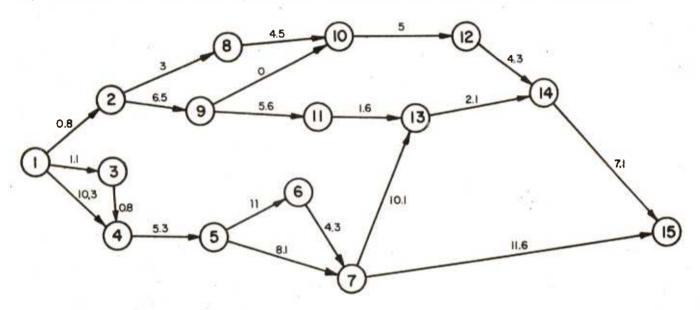


Те Te 1 -Te 8 = Te 1 -Тe 8 **1** 10 = Te 3 ~ Te 9 = Te 4 -Тe 9 - 11 = Te 5 -- 12 = Te 10 Te 5 -Te 11 -13 =Te 6 -Te 7 - 13 = Te 13 - 14 =Te 12 - 14 =Te 14 - 15 =Te 7 - 15 =



## CURSILLO "PLANEAMIENTO Y SOCIOLOGIA POSITIVA" SECRETARIA TECNICA DE ESTUDIOS CARITAS DIOCESANAS

#### M) Esta es la red del ejercicio anterior ya con los Te indicados



#### Calcule Vd. los Tm.n:

Tm/n	2	=	Tm/n	11	=
Tm/n	3	=	Tm/n	12	=
Tm/n	4	=	Tm/n	6	=
Tm/n	8	***	Tm/n	7	=
Tm/n	9	=	Tm/n	13	==
Tm/n			Tm/n	14	=
Tm/n	5	=	Tm/n	15	=

#### N) Calcule Vd. los Tmax.

Tmax	24	=		Tmax	7	=
Tmax	13	=		Tmax	6	=
Tmax	12	=	20	Tmax	5	=
Tmax	10	=		Tma x	4	=
Tmax	11	=		Tmax	3	=
Tmax	8	=			-	
Tmax	2	=				



### CURSILLO "PLANEAMIENTO Y SOCIOLOGIA POSITIVA" SECRETARIA TECNICA DE ESTUDIOS CARITAS DIOCESANAS

Asignatura .... PERT - CPM

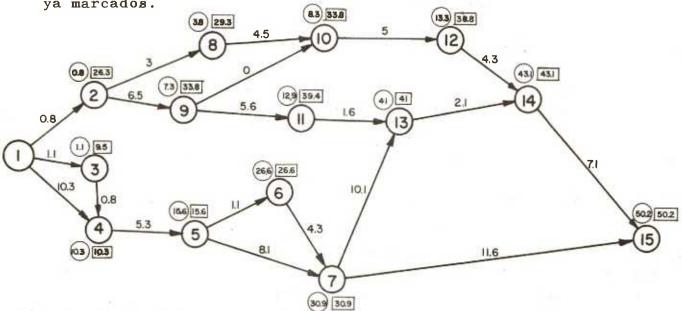
Profesor ..... D. Justo de la Cueva

Día ..... de de 1964

Ejercicio ..... P - 8

Cursillista .....

Ñ) Esta es la red de los ejercicios anteriores con los Tmin y Tmax - ya marcados.



Calcule Vd. la holgura de cada nudo.

H2 = H4 = H6 = H8 = H10 = H12 = H14 = H3 = H5 = H7 = H9 = H11 = H13 = H15 =

O) En la misma red calcule Vd. la Holgura toal de todas las actividades.

H1 - 3 = H1 - 4 = H5 - 6 = H5 - 7 = H1 - 2 =

H3 - 4 = H4 - 5 = H6 - 7 = H7 - 13 = H2 - 8 =

H5 - 10 = H12 - 14 = H9 - 10 = H11 - 13 =

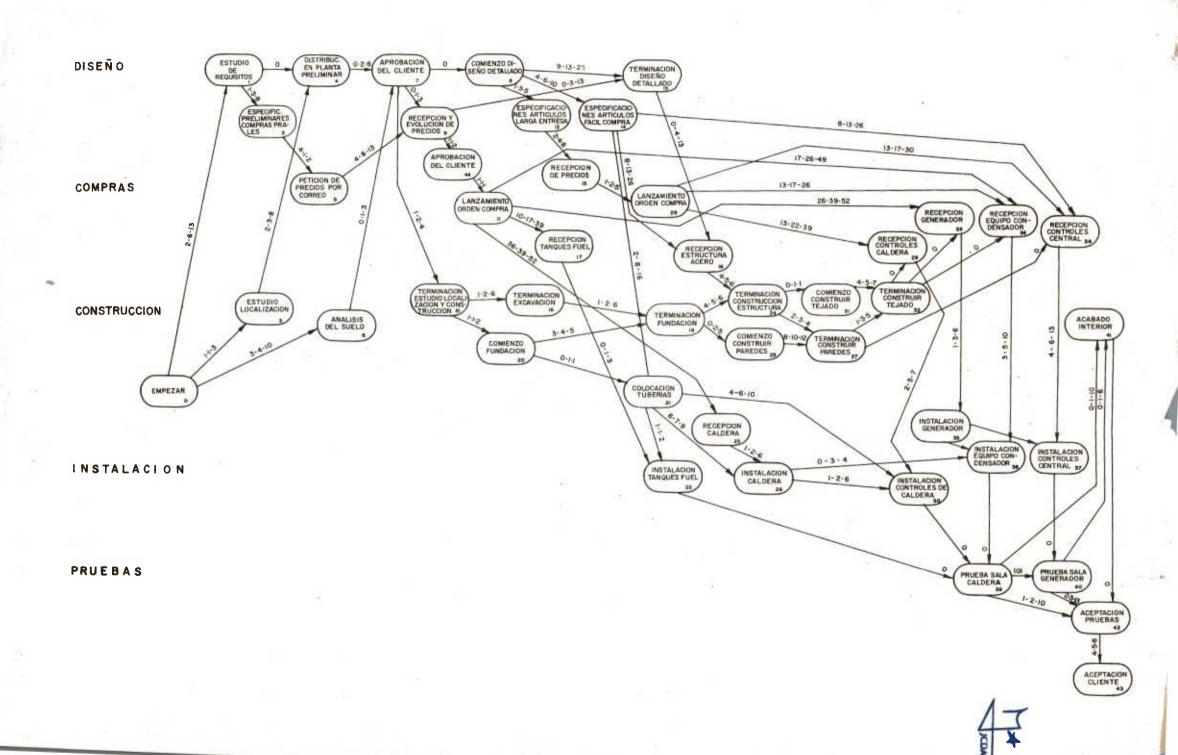
H10-12 = H2-9 = H9-11 = H13-14 =

P) Subrraye Vd. con línea roja la ruta crítica en la red.

Q) En la misma red calcule Vd. la holgura libre de las actividades reseñadas:

señadas:

 $h \ 1 - 3 =$   $h \ 1 - 2 =$   $h \ 3 - 4 =$   $h \ 2 - 8 =$   $h \ 10 - 12 =$   $h \ 11 - 13 =$ 



### INSTRUCCION SOBRE ERRATAS ADVERTIDAS EN EL TEXTO T-10

T-3

!ATENCION! En el tento T-10 (primer envio de los tentos de la -asignatura PERT-CPM), se han advertido algunas erratas. COMO -QUIERA QUE MODIFICAN EL SENTIDO DE LOS TENTOS SE ACONSEJA CO-REGIRLAS INFEDIATIMENTE SEGUN LA SIGUIENTE.

#### FE DE ERRATAS

			The same of the sa		Dice	· Debe decir
•••	En la pagi recuadro.	na 19	primer	8	Actividades	Actividad es
<u>-</u>	En la pígi recuadro.	na 18	tercer		la elaboración de los cuestio narios. la elaboración de los cuestio narios.	la elaboración de los cuestio narios.
-	In la paģi nultima li		antep <u>e</u>		<b>T</b> 8	Tf
-	En la pági linea	na 2ª	ultima		<b>T</b> 8	Tf
•••	an la pari segunda,	na 3ª	linea		T8	Tf
-	página 3ª	linea	novena		Te	Te
-	página 3ª nueve.	linea	dieci-		100 días	101 d <b>í</b> as
-	página 3ª na.	linea	venti <u>u</u>		= 145	= 0 + 145
•••	página 3ª dos.	línea	venti-		= vease ()	= vease ( )
70	página 3ª ta y dos	línea	cuaren		= 100 días	= 101 d <b>í</b> as
-	página 4ª	línea	sexta	15	comunizar	comunicar
-	página 4ª y cinco.	línea	treinta		interdeongencia	interdepende <u>n</u> cia
-	p'sina 5ª na.	línea	ventiu-		"dado o no esta "dado"	dada o no es- ta dada.
-	página 5ª	línea	ventidas		"no supone de -	"no supone gas to de tiempo"
-	página 6ª	linea	septima		corresponden	corresponde
	1 20 60		7 7/			

 página 6º Entre la línea venticuatro y la venticinco falta una línea

- página 7º línea treinta por ello, la por ello la flecha fecha - página 7º línea treinta y cinco vo de la fevo de la fle cha ... cha. - página 8º línea venti-nueve. i j i j - página 8ª línea treinta y cuatro. i j i - píjina 9ª línea siete i j